



**Fondamenti di Informatica**  
**Ingegneria Clinica**  
**Lezione 19/11/2009**



**Prof. Raffaele Nicolussi**  
**FUB - Fondazione Ugo Bordoni**  
**Via B. Castiglione 59 - 00142 Roma**



<b>Docente</b>	<b>Raffaele Nicolussi</b>	<a href="mailto:rnicolussi@fub.it">rnicolussi@fub.it</a> <b>0654803323</b>
<b>Lezioni</b> Aula 54 (ex aula 4) Via del Castro Laurenziano, 7	<b>Lunedì, Giovedì, Venerdì</b>	<b>12:00 – 13:30</b>
<b>Esercitazioni</b> Aula 15 Via Tiburtina, 205	<b>Giovedì</b>	<b>14:00 – 16.30</b>
<b>Ricevimento:</b>	<b>Per appuntamento</b>	<b>in FUB, per email, per telefono</b>
<b>Sito web:</b>	<b><a href="http://w3.uniroma1.it/IngClinFondinf">http://w3.uniroma1.it/IngClinFondinf</a></b>	



## Rappresentazione dei caratteri

- Il byte è stato definito come un gruppo di bit **sufficienti a rappresentare un carattere.**
- I caratteri dell'alfabeto inglese sono 26, quindi **come minimo** devo essere in grado di rappresentare 26 codici distinti.
- Per fare questo non basterebbero 4 bit ( $2^4 = 16$ )
- 5 bit andrebbero bene, infatti :  $2^5 = 32 > 26$



# Rappresentazione dei caratteri

- In realtà:
  - rappresentare solo i caratteri dell'alfabeto è limitativo.
  - vorrei poter rappresentare anche le cifre.
  - vorrei poter rappresentare anche la punteggiatura.
  - vorrei poter rappresentare anche qualche simbolo (p.es. aritmetici).
  - vorrei poter aggiungere "caratteri" speciali che marchino p.es. la fine di una riga, l'inizio e la fine di una trasmissione, e svolgano altre funzioni di controllo.
  - vorrei anche distinguere le 26 lettere in maiuscolo dalle stesse in minuscolo.

# Rappresentazione dei caratteri (1)



- Codice ASCII (American Standard Code for Information Interchange) usa 1 byte (8 bit) per rappresentare 128 caratteri
- Esempi: 'A' = 01000001, 'a' = 01100001
- Un byte ASCII è spesso interpretato come un numero in base 2, rappresentato poi in base 8, 16 o 10
- 4 gruppi di byte:
- Caratteri di controllo non stampabili (0-31)
- Punteggiatura, spaziatura, simboli, cifre (32-64) (91-96) (123-127)
- Caratteri alfabetici maiuscoli (65-90)
- Caratteri alfabetici minuscoli (97-122)

# Rappresentazione dei caratteri (2)



- In totale 128 oggetti : la codifica con 7 bit è sufficiente
  - Mancano molti caratteri di utilità (p.es., lettere accentate)
  - Un byte può rappresentare fino a 256 caratteri
  - Disponibili varie *estensioni* (non standardizzate) del codice ASCII in cui vengono rappresentati 256 caratteri (128 dei quali mantengono la rappresentazione che hanno in ASCII)
- Interpretando i byte di codice ASCII come numeri  
 $ASCII('a') - ASCII('A') = 32$
- *Esistono altri codici per la rappresentazione di caratteri*

# Codice ASCII



Byte	Cod.	Char	Byte	Cod.	Char	Byte	Cod.	Char	Byte	Cod.	Char
00000000	0	Null	00100000	32	Spc	01000000	64	@	01100000	96	`
00000001	1	Start of heading	00100001	33	!	01000001	65	A	01100001	97	a
00000010	2	Start of text	00100010	34	"	01000010	66	B	01100010	98	b
00000011	3	End of text	00100011	35	#	01000011	67	C	01100011	99	c
00000100	4	End of transmit	00100100	36	\$	01000100	68	D	01100100	100	d
00000101	5	Enquiry	00100101	37	%	01000101	69	E	01100101	101	e
00000110	6	Acknowledge	00100110	38	&	01000110	70	F	01100110	102	f
00000111	7	Audible bell	00100111	39	'	01000111	71	G	01100111	103	g
00001000	8	Backspace	00101000	40	(	01001000	72	H	01101000	104	h
00001001	9	Horizontal tab	00101001	41	)	01001001	73	I	01101001	105	i
00001010	10	Line feed	00101010	42	*	01001010	74	J	01101010	106	j
00001011	11	Vertical tab	00101011	43	+	01001011	75	K	01101011	107	k
00001100	12	Form Feed	00101100	44	,	01001100	76	L	01101100	108	l
00001101	13	Carriage return	00101101	45	-	01001101	77	M	01101101	109	m
00001110	14	Shift out	00101110	46	.	01001110	78	N	01101110	110	n
00001111	15	Shift in	00101111	47	/	01001111	79	O	01101111	111	o
00010000	16	Data link escape	00110000	48	0	01010000	80	P	01110000	112	p
00010001	17	Device control 1	00110001	49	1	01010001	81	Q	01110001	113	q
00010010	18	Device control 2	00110010	50	2	01010010	82	R	01110010	114	r
00010011	19	Device control 3	00110011	51	3	01010011	83	S	01110011	115	s
00010100	20	Device control 4	00110100	52	4	01010100	84	T	01110100	116	t
00010101	21	Neg. acknowledge	00110101	53	5	01010101	85	U	01110101	117	u
00010110	22	Synchronous idle	00110110	54	6	01010110	86	V	01110110	118	v
00010111	23	End trans. block	00110111	55	7	01010111	87	W	01110111	119	w
00011000	24	Cancel	00111000	56	8	01011000	88	X	01111000	120	x
00011001	25	End of medium	00111001	57	9	01011001	89	Y	01111001	121	y
00011010	26	Substitution	00111010	58	:	01011010	90	Z	01111010	122	z
00011011	27	Escape	00111011	59	;	01011011	91	[	01111011	123	{
00011100	28	File separator	00111100	60	<	01011100	92	\	01111100	124	
00011101	29	Group separator	00111101	61	=	01011101	93	]	01111101	125	}
00011110	30	Record Separator	00111110	62	>	01011110	94	^	01111110	126	~
00011111	31	Unit separator	00111111	63	?	01011111	95	_	01111111	127	Del

# Un'estensione del codice ASCII



Byte	Cod.	Char	Byte	Cod.	Char	Byte	Cod.	Char	Byte	Cod.	Char
10000000	128	Ç	10100000	160	á	11000000	192	+	11100000	224	Ó
10000001	129	ü	10100001	161	í	11000001	193	-	11100001	225	ß
10000010	130	é	10100010	162	ó	11000010	194	-	11100010	226	Ô
10000011	131	â	10100011	163	ú	11000011	195	+	11100011	227	Ò
10000100	132	ä	10100100	164	ñ	11000100	196	-	11100100	228	ö
10000101	133	à	10100101	165	Ñ	11000101	197	+	11100101	229	Ö
10000110	134	â	10100110	166	ª	11000110	198	ä	11100110	230	µ
10000111	135	ç	10100111	167	º	11000111	199	Ä	11100111	231	þ
10001000	136	ê	10101000	168	¿	11001000	200	+	11101000	232	ƒ
10001001	137	ë	10101001	169	@	11001001	201	+	11101001	233	Û
10001010	138	è	10101010	170	¬	11001010	202	-	11101010	234	Û
10001011	139	ï	10101011	171	½	11001011	203	-	11101011	235	Û
10001100	140	î	10101100	172	¼	11001100	204	-	11101100	236	ÿ
10001101	141	ï	10101101	173	í	11001101	205	-	11101101	237	ÿ
10001110	142	Ä	10101110	174	«	11001110	206	+	11101110	238	-
10001111	143	Å	10101111	175	»	11001111	207	ø	11101111	239	·
10010000	144	É	10110000	176	-	11010000	208	ð	11110000	240	-
10010001	145	æ	10110001	177	-	11010001	209	Ð	11110001	241	±
10010010	146	Æ	10110010	178	-	11010010	210	Ê	11110010	242	-
10010011	147	ô	10110011	179	-	11010011	211	Ë	11110011	243	¾
10010100	148	ö	10110100	180	-	11010100	212	È	11110100	244	¶
10010101	149	ò	10110101	181	À	11010101	213	ì	11110101	245	§
10010110	150	û	10110110	182	Â	11010110	214	í	11110110	246	÷
10010111	151	ù	10110111	183	Ã	11010111	215	î	11110111	247	÷
10011000	152	ÿ	10111000	184	©	11011000	216	ï	11111000	248	°
10011001	153	Ö	10111001	185	-	11011001	217	+	11111001	249	°
10011010	154	Ü	10111010	186	-	11011010	218	+	11111010	250	°
10011011	155	ø	10111011	187	+	11011011	219	-	11111011	251	¹
10011100	156	£	10111100	188	+	11011100	220	-	11111100	252	º
10011101	157	Ø	10111101	189	¢	11011101	221	-	11111101	253	º
10011110	158	×	10111110	190	¥	11011110	222	-	11111110	254	-
10011111	159	f	10111111	191	+	11011111	223	-	11111111	255	-



# Tipo char in C (1)



- ❑ L'insieme dei valori che una variabile di tipo **char** può assumere è un intervallo di interi (estremi dipendono dall'*implementazione* e sono definiti dalle costanti **CHAR\_MIN** e **CHAR\_MAX** nel file "**limits.h**")
- ❑ Questo intervallo contiene gli interi corrispondenti al codice utilizzato per la codifica dei caratteri (*tipicamente*, ASCII)
- ❑ Un valore di tipo **char** è *tipicamente* memorizzato in un byte (in questo caso, l'intervallo di interi è **[-128, 127]** o **[0, 255]**)

## Tipo char in C (2)



### Esempi

- ❑ `char z = 'a'` ; dichiara `z` come `char` assegnandogli il codice di `'a'` (97, se ASCII)
- ❑ `char beta = 97` ; dichiara `beta` come `char` assegnandogli il valore 97 (`'a'` , se ASCII)
- ❑ `char cc = '\n'` ; dichiara `cc` come `char` assegnandogli il codice di `newline` (`'\n'` è un carattere)
- ❑ *Specifica di conversione %c* in `scanf` e `printf`
- ❑ Operazioni: un valore di tipo `char` può essere usato in espressioni aritmetiche

# La rappresentazione dei numeri negativi



Ci sono diverse convenzioni per la rappresentazione dei numeri negativi  
Prendiamone in considerazione le 2 più usate:

1. **modulo e segno** in cui il primo bit viene riservato al segno (1 negativo, 0 positivo) e gli altri al modulo

Es.: (con 8 bit)

$$2 = \mathbf{0000\ 0010} \quad -2 = \mathbf{1000\ 0010}$$

Problemi:

- Lo zero ha due rappresentazioni  
(es.: 0000 0000 e 1000 0000)
- La somma dà risultati scorretti  
(es.:  $2 + (-2) = -4$ )

# La rappresentazione dei numeri negativi con modulo e segno



Consideriamo per  
semplicità solo 4 bit

In modulo e segno:

+/-	$b_2$	$b_1$	$b_0$
-----	-------	-------	-------

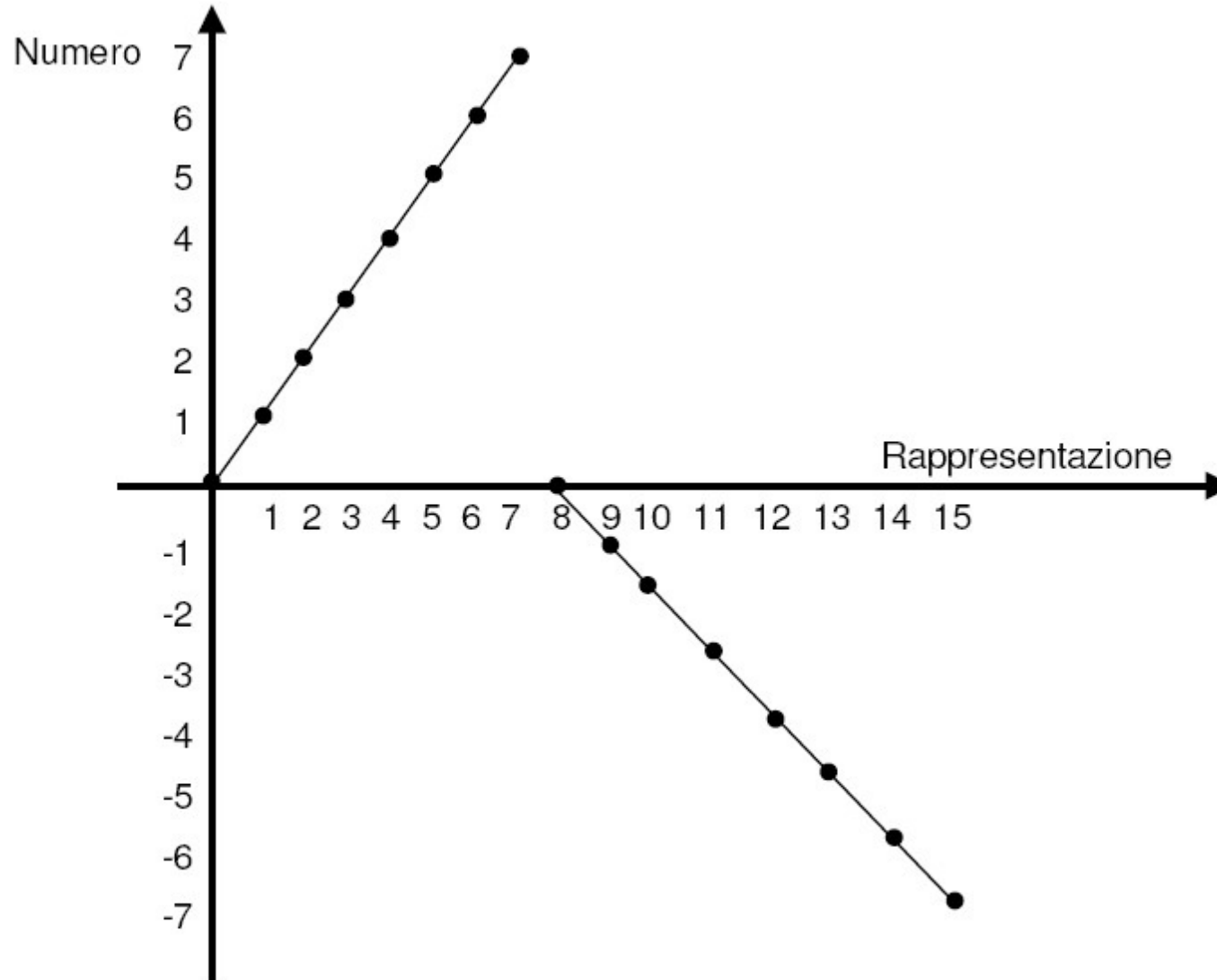
In valore assoluto:

$b_3$	$b_2$	$b_1$	$b_0$
-------	-------	-------	-------

Significato in modulo e segno	Rappresentazione binaria	Significato in valore assoluto
+7	0 111	7
+6	0 110	6
+5	0 101	5
+4	0 100	4
+3	0 011	3
+2	0 010	2
+1	0 001	1
+0	0 000	0
-0	1 000	8
-1	1 001	9
-2	1 010	10
-3	1 011	11
-4	1 100	12
-5	1 101	13
-6	1 110	14
-7	1 111	15



# La rappresentazione dei numeri negativi: modulo e segno





# La rappresentazione dei numeri negativi

- Addizione e sottrazione sono le operazioni di cui si deve disporre per poter realizzare qualsiasi operazione aritmetica più complessa
- Si supponga che il calcolatore abbia una “Unità Aritmetica” che realizzi indipendentemente le due operazioni.



# La rappresentazione dei numeri negativi

- Di fronte ad una somma algebrica, il calcolatore dovrebbe:
  - confrontare i due segni
  - se uguali, attivare il circuito di addizione
  - se diversi, identificare il maggiore (in valore assoluto) ed attivare il circuito di sottrazione
  - completare il risultato con il segno corretto
- I passi indicati non sono eseguibili contemporaneamente perché ognuno dipende dai precedenti

# La rappresentazione dei numeri negativi (2)



2. **Complemento a 2**: il negativo di un numero  $X$  si ottiene calcolando  $2^n - X$ , dove  $n$  il numero di bit  
(in pratica, basta cambiare tutti gli 1 in 0 e viceversa e aggiungere 1)

Es.: (con 8 bit)

$$X = \mathbf{0000\ 0010} \rightarrow \text{(cambio gli 0 con 1 e viceversa)} X_1 = \mathbf{1111\ 1101} \rightarrow \text{(aggiungo 1)} c(X) = \mathbf{1111\ 1110}$$

- Risolve i problemi del doppio zero
- La somma dà risultati *corretti*  
(es.:  $(-5) + (+2) = (-3)$ ). Provare)





## Complemento a due

- Il **complemento a due** (in inglese **Two's complement**) è il metodo più diffuso per la rappresentazione dei numeri relativi in informatica.
- Esso è inoltre utilizzato come **operazione di negazione** (cambiamento di segno) nei computer che usano questo metodo.
- La sua enorme diffusione è data dal fatto che i circuiti di addizione e sottrazione non devono esaminare il segno di un numero rappresentato con questo sistema per determinare quale delle due operazioni sia necessaria, permettendo tecnologie più semplici e maggiore precisione
  - Si risparmia una IF !



## Complemento alla base di un numero

- Nella rappresentazione in complemento alla base  $b$  con  $n$  cifre le  $b^n$  combinazioni rappresentano numeri positivi e numeri negativi.
- In particolare:
  - le combinazioni da 0 a  $b^n - 1$  rappresentano i numeri positivi, rispettando la usuale rappresentazione posizionale;
  - le combinazioni da  $b^n$  fino a  $b^n - 1$  rappresentano i numeri negativi, con la seguente definizione:
- dato un numero positivo  $X$ , *il suo corrispondente negativo è dato da:*

$$b^n - X$$



## Complemento alla base di un numero

- Nella rappresentazione in complemento alla base  $b$  con  $n$  cifre le  $b^n$  combinazioni rappresentano numeri positivi e numeri negativi.
- Dato un numero positivo  $X$ , il suo corrispondente negativo è dato da:

$$b^n - X$$



## Complemento alla base -1 di un numero

- Nella rappresentazione in complemento alla base -1 con  $n$  cifre le  $b^n$  combinazioni rappresentano numeri positivi e negativi.
- In particolare:
  - le combinazioni da 0 a  $b^n - 1$  rappresentano i numeri positivi, rispettando la usuale rappresentazione posizionale;
  - le combinazioni da  $b^n$  fino a  $b^n - 1$  rappresentano i numeri negativi, con la seguente definizione:
- dato un numero positivo  $X$ , *il suo corrispondente negativo è dato da:*

$$(b^n - 1) - X$$

# Complemento alla base



$b=2, n=5$

Positivi da 0 a 01111

Negativi da 10000 a 11111

$X = 01011$ ; trovo  $-X$

$$\begin{array}{r} 100000 - \\ 01011 = \\ \hline 10101 \end{array}$$

$b=2, n=7$

Positivi da 0 a 0111111

Negativi da 1000000 a 1111111

$X=0011000$ ; trovo  $-X$

$$\begin{array}{r} 10000000 - \\ 0011000 = \\ \hline 1101000 \end{array}$$

## Regola pratica (un'altra ...)

1. Si parte dal bit meno significativo e si riportano invariati tutti i bit fino al primo bit a 1 compreso
2. Da questo bit in poi si complementano i rimanenti bit (0  $\rightarrow$  1, 1  $\rightarrow$  0)



## Complemento alla base -1

$$X=36, b=10, n=2$$

- in complemento alla base -1 è:  $99 - 36 = 63$
- Si ottiene complementando a 9 ogni singola cifra

$$X=01011, b=2, n=5$$

- $-X$  in complemento alla base -1 è:  $(25 - 1) - X = (100000 - 1) - X =$

$$11111 - 01011 = 10100$$

Si ottiene complementando ogni singolo bit ( $0 \rightarrow 1, 1 \rightarrow 0$ )



# Riepilogo

## □ Rappresentazione in complemento a 2:

- i numeri positivi sono rappresentati dal loro modulo e hanno il bit più significativo (segno) posto a 0.
- i numeri negativi sono rappresentati dalla quantità che manca al numero positivo per arrivare alla base elevata al numero di cifre utilizzate, segno compreso.

- Pertanto i numeri negativi hanno il bit del segno sempre a 1

## □ Metà delle configurazioni sono perciò riservate ai numeri positivi e metà ai numeri negativi

## □ Discorsi analoghi possono essere fatti per basi diverse da 2: in base 10 un numero è negativo se la prima cifra è $\geq 5$ , in base 8 se $\geq 4$ , in base 16 se $\geq 8$



# Rappresentazione in complemento alla base

- Con  $n$  bit a disposizione:
  - Il numero minimo rappresentabile è  $-2^{n-1}$
  - Il numero massimo rappresentabile è  $2^{n-1} - 1$
  - $-1$  è rappresentato da tutti 1 qualunque sia il numero di bit considerato
  - Il numero può essere interpretato considerando il bit più significativo con segno negativo



$$N = -b_3 \cdot 2^3 + b_2 \cdot 2^2 + b_1 \cdot 2^1 + b_0 \cdot 2^0$$



# Utilità del complemento alla base



- ❑ Con la tecnica del complemento si può utilizzare un solo circuito per effettuare sia l'addizione che la sottrazione (per esempio il circuito dell'addizione)
- ❑ Operiamo in base 10 e vogliamo calcolare  $A - B$ .
- ❑ Si supponga di conoscere il risultato dell'operazione  $10 - B$  (complemento a 10 di  $B$ ). Allora:

$$\mathbf{A - B = A + (10 - B)}$$

a condizione che si trascuri il riporto

- ❑ Analogo discorso con  $k$  cifre purché si disponga del risultato dell'operazione  $10^k - B$  (complemento a  $10^k$ ). Si ricordi sempre di fissare il numero di cifre
- ❑ Se operiamo in base 2, con  $k$  cifre:

$$\mathbf{A - B = A + (2^k - B)}$$

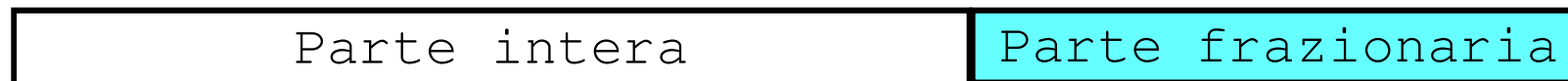
a condizione che si trascuri il riporto

- ❑ Se si utilizza la tecnica del complemento alla base -1 occorre sommare il riporto al risultato finale



# La rappresentazione in virgola fissa dei numeri razionali

- Un numero razionale ha un numero finito di cifre periodiche dopo la virgola (ad esempio **3.12** oppure **3.453**)
  - la rappresentazione è solitamente su 4/8 byte
  - con la rappresentazione in *virgola fissa* riservo X bit per la parte frazionaria
  - es : con 3 bit per la parte intera e 2 per quella frazionaria **011.11**, **101.01**



## La rappresentazione in virgola fissa dei numeri razionali (2)



□ Convertiamo in base 10 una rappresentazione in virgola fissa

▪ es :  $101.01 = 1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0 + 0 * 2^{-1} + 1 * 2^{-2} = 4 + 1 + 0.25 = 5.25$

dove  $2^{-1} = 1/2 = 0.5$ ,  $2^{-2} = 1/2^2 = 0.25$

e in generale  $2^{-n} = 1/2^n$

□ Viceversa, la conversione in base 2 come quella per i numeri interi, ma con la rappresentazione:

$$c_{N-1} * 2^{N-1} + c_{N-2} * 2^{N-2} \dots + c_1 * 2^1 + c_0 * 2^0 + c_{-1} * 2^{-1} \dots$$



# Problemi

- Con queste rappresentazioni ho DUE grossi problemi
  - Problema dell'overflow
  - Problema dello spreco di memoria



# Problema dell'overflow

## □ Overflow:

Se moltiplico o sommo due numeri molto elevati posso ottenere un numero che non è rappresentabile

■ es.: vediamo cosa succede *in base 10* con solo 3 cifre :

$$500 + 636 = 1136 \text{ risultato } \underline{136}$$

se uso solo 3 cifre non ho lo spazio fisico per scrivere la prima cifra (1) che viene 'persa'.

■ Similmente per il caso in base 2.

# Problema dello spreco di memoria



- Spreco dei bit per memorizzare molti '0' quando lavoro con numeri molto piccoli o molto grandi
  - es. vediamo in base 10, con 5 cifre per la parte intera e 2 cifre riservate alla parte frazionaria

10000.00 oppure 00000.02



## Soluzione

- La notazione *esponenziale* o *floating point* (*virgola mobile*)  
risolve entrambi i problemi dell'overflow e dello spreco di  
memoria
  - i bit vengono usati più efficientemente.

# Rappresentazione in virgola mobile



- **Idea** : quando lavoro con numeri molto piccoli uso tutti i bit disponibili per rappresentare le cifre dopo la virgola e quando lavoro con numeri molto grandi le uso tutte per rappresentare le cifre in posizioni elevate
  - questo permette di rappresentare numeri piccoli con intervalli minori fra loro rispetto ai numeri grandi





# Rappresentazione in virgola mobile

- Il termine **numero in virgola mobile** (in inglese **floating point**) indica il metodo di rappresentazione dei numeri razionali (e di approssimazione dei numeri reali) e di elaborazione dei dati usati dai processori per compiere operazioni matematiche.
- Si contrappone all'aritmetica intera o in virgola fissa.
- In informatica viene usata solitamente in base 2;
  - in questo caso può essere considerata l'analogo binario della notazione scientifica in base 10.
- L'uso di operazioni aritmetiche in virgola mobile è ad oggi il metodo più diffuso per la gestione di numeri reali.

# Mantissa



- Un numero in virgola mobile  $N$ , è costituito nella sua forma più semplice da due parti:
  - *un campo di mantissa*  $M$ ;
  - *un campo di esponente*  $E$ .
- con il seguente significato

$$N = M * B^E \quad (B \text{ base})$$



## Mantissa

- ❑ Questo metodo di scrittura permette di rappresentare un larghissimo insieme numerico all'interno di un determinato numero di cifre, cosa che la virgola fissa non concede.
- ❑ Un numero è caratterizzato dal valore  $b$ , che costituisce la **base** della notazione in cui è scritto il numero, e la quantità  $p$  di cifre presenti nella mantissa, detta **precisione**.
- ❑ La mantissa di un numero scritto con questo metodo si presenta quindi nella forma  $\pm \mathbf{d.ddd\dots ddd}$  (una quantità di  $p$  cifre  $\mathbf{d}$  comprese tra 0 e  $b-1$ ).
- ❑ Se la prima cifra della mantissa non è zero, il numero è definito *normalizzato*.

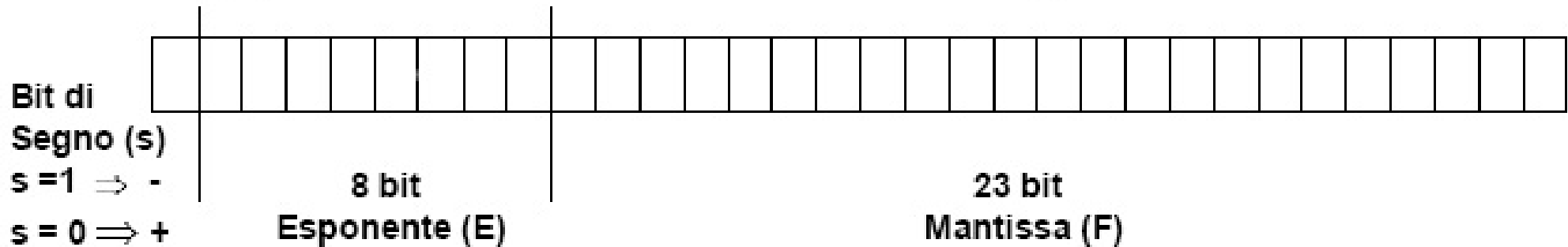


## Notazione Scientifica (normalizzata)

- Notazione scientifica (singola cifra a sinistra della virgola)
  - 4,6664456
  - $0,34 \times 10^3$
- Notazione scientifica normalizzata (cifra  $\neq 0$ )
  - $0,3432 \times 10^2 \rightarrow$  **NO**
  - $12,234 \times 10^2 \rightarrow$  **NO**
  - $1,34 \times 10^2 \rightarrow$  **Normalizzato**



# Rappresentazione in virgola mobile



□ Numero in virgola mobile:

- $(-1)^s \times F \times 2^E$

□ 1,101 x 2<sup>2</sup> significa:

- $(-1)^s \times (1 + (1 \times 2^{-1}) + (0 \times 2^{-2}) + (1 \times 2^{-3})) \times 2^2$

□ Considerazioni

- Mantissa molto grande: maggior accuratezza

- Esponente molto grande: maggior intervallo di numeri rappresentabili



## Problemi con l'uso della virgola mobile

- ❑ In generale, questo tipo di numeri si comporta in modo molto simile ai numeri reali.
- ❑ Tuttavia ciò porta spesso i programmatori a non considerare l'importanza di un'adeguata analisi numerica sui risultati ottenuti.
- ❑ Ci sono molte incongruenze tra il comportamento dei numeri in virgola mobile in base 2 impiegati nell'informatica e quello dei numeri reali, anche in casi molto semplici (ad esempio la frazione  $0,1$  che non può essere rappresentata da nessun sistema binario in virgola mobile).
- ❑ Per questo non è un formato impiegato ad esempio in campo finanziario.



# Cause principali di errore nel calcolo in virgola mobile

## □ arrotondamento

- *numeri non rappresentabili (ad esempio 0,1);*
- *arrotondamento di operazioni aritmetiche (es.:  $2/3=0,666667$ );*

## □ assorbimento (es.: $1 \times 10^{15} + 1 = 1 \times 10^{15}$ );

## □ cancellazione (es.: sottrazione di due numeri molto vicini);

## □ overflow (con segnalazione di risultato infinito);

## □ underflow (dà come risultato 0, un numero subnormale o il più piccolo numero rappresentabile);

## □ operazioni impossibili (es.: radice quadrata di un numero negativo diverso da zero, danno come risultato Nan);

## □ errori di arrotondamento: a differenza della virgola fissa, l'impiego del dithering sulla virgola mobile è pressoché impossibile.



## Per ridurre overflow ed underflow

- Per ridurre overflow ed underflow
  - Doppia precisione







## Proprietà aritmetica in virgola mobile

- *l'aritmetica in virgola mobile non è **associativa**: in generale, per i numeri in virgola mobile,*

$$(x + y) + z \neq x + (y + z)$$
$$(x \cdot y) \cdot z \neq x \cdot (y \cdot z);$$

- *l'aritmetica in virgola mobile non è **distributiva**: in generale,*

$$x \cdot (y + z) \neq (x \cdot y) + (x \cdot z).$$

- **In definitiva, l'ordine in cui vengono eseguite più operazioni in virgola mobile può variarne il risultato**



## Proprietà aritmetica in virgola mobile (2)

- Questo è importante per l'analisi numerica, in quanto due formule matematicamente equivalenti possono dare risultati diversi, uno anche sensibilmente più accurato dell'altro
- Per esempio, nella maggior parte delle applicazioni in virgola mobile:
  - $1,0 + (10^{100} + -10^{100})$  dà come risultato 1,0
  - $(1,0 + 10^{100}) + -10^{100}$  dà come risultato 0,0



# Mantissa : esempi

1. in base 10, con 3 cifre per la mantissa e 2 cifre per l'esponente riesco a rappresentare il numero

$$349\ 000\ 000\ 000 = 3.49 * 10^{11}$$

con la coppia (3.49,11) perché  $M = 3.49$  ed  $E = 11$



# Mantissa : esempi

2. in base 10, con 3 cifre per la mantissa e 2 per l'esponente riesco a rappresentare

$$0.000\ 000\ 002 = 2.0 * 10^{-9}$$

con la coppia (2.0,-9) perché  $M = 2.0$  ed  $E = -9$

- ❑ sia  $0.000\ 000\ 002$  che  $349\ 000\ 000\ 000$  non sono rappresentabili in virgola fissa usando solo 5 cifre decimali
- ❑ Lo stesso si verifica nel caso binario



## Somma (decimale) in virgola mobile

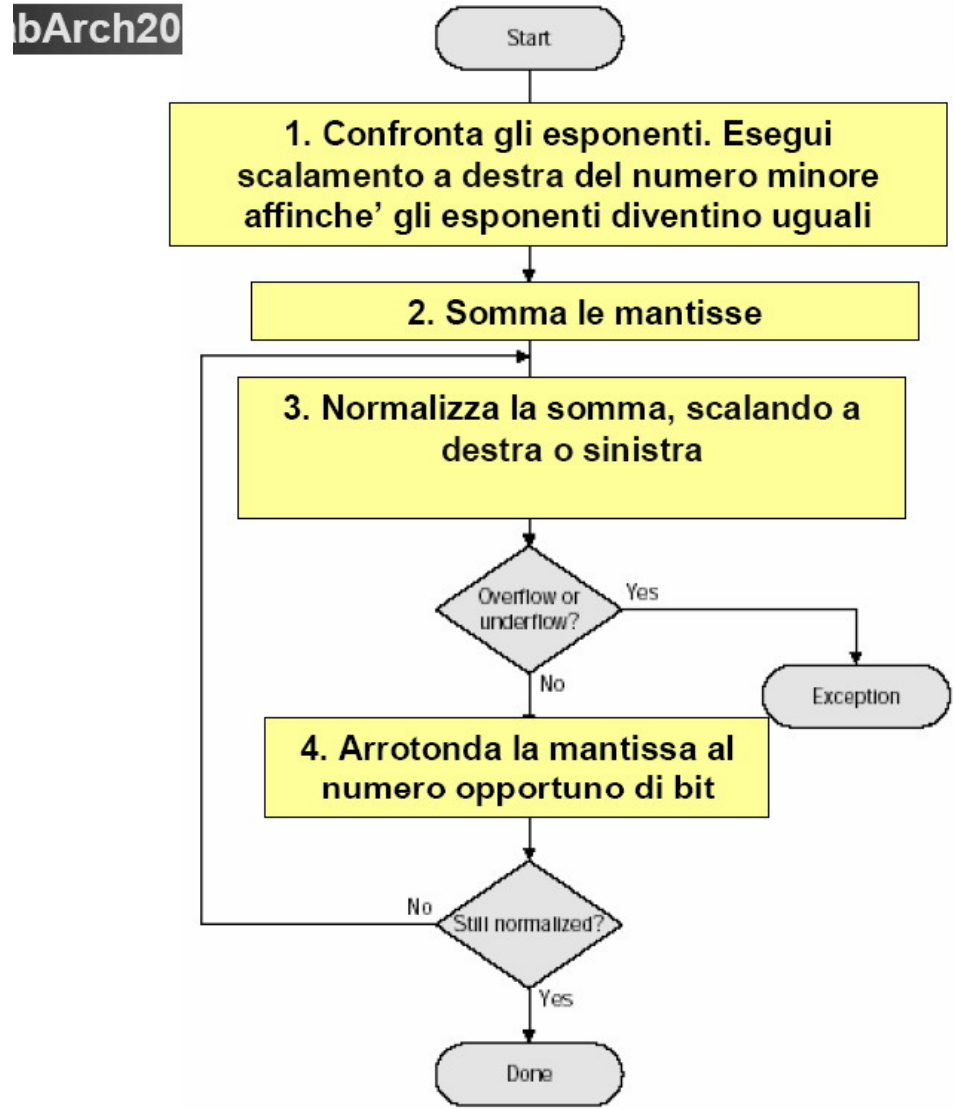
- ❑ Supponiamo di voler sommare questi due numeri:  $9,452 \times 10^{-1} + 7,342 \times 10^{-2}$
- ❑ Assumiamo che i numeri siano in notazione scientifica normalizzata
- ❑ Assumiamo di poter gestire solo quattro cifre di mantissa



## Somma (decimale) in virgola mobile (2)

- **Step1:** bisogna rendere gli esponenti uguali, rendendo il più piccolo uguale al più grande
  - $7,342 \times 10^{-2}$  deve essere espresso in termini di  $10^{-1}$
  - quindi:  $0,7342 \times 10^{-1} \rightarrow 0,734 \times 10^{-1}$
- **Step2: Somma delle mantisse**
  - $9,452 \times 10^{-1} + 0,734 \times 10^{-1} = 10,186 \times 10^{-1}$
- **Step3: Rinormalizzare (se necessario)**
  - $10,186 \times 10^{-1} \rightarrow 1,0186 \times 10^0$
- **Step4: Arrotondamento mantissa**
  - $1,0186 \times 10^0 \rightarrow 1,019 \times 10^0$

# Somma (decimale) in virgola mobile (3)





# Operazioni Binarie

- $0 + 0 = 0$  con riporto 0
- $0 + 1 = 1$  con riporto 0
- $1 + 0 = 1$  con riporto 0
- $1 + 1 = 0$  con riporto 1





## Operazioni binarie

$$\begin{array}{r} 10110101 + \\ 1000110 = \\ \hline 11111011 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 00110011 + \\ 00111000 = \\ \hline 01101011 \end{array}$$



## Operazioni binarie (cont.)

$$\begin{array}{r} 1101 \text{ x} \\ 11 = \\ \hline 1101 \\ 1101 \\ \hline 100111 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10011 \text{ x} \\ 10 = \\ \hline 00000 \\ 10011 \\ \hline 100110 \end{array}$$



## Esercizi

- Eseguire le seguenti operazioni direttamente in binario, convertire in decimale e verificare il risultato:
  - $110000 + 1001010$ ;
  - $1001010 + 1111111 + 10$ ;
  - $001001 \times 111$ .



## Esercizio

- Realizzare un programma C che converta un intero decimale in binario attraverso la tecnica delle divisioni successive
- Algoritmo base
  1. Leggi il numero da convertire
  2. Calcola le varie cifre binarie del numero convertito attraverso un ciclo
  3. Stampa il numero convertito
- Problemi:
  - Il numero mi viene all'incontrario ...



## Sub – problema

- Dato un numero scomposto nelle sue cifre e fornite dalla meno significativa a quella più significativa, memorizzarlo in una variabile e stamparlo
  - Input da tastiera:
    - 4 2 7 2 9 7 4 0 7
  - Output a video: 704792724
  
- Possibile soluzione: costruisco il numero finale moltiplicando ogni cifra per un multiplo di 10 che mi consenta di posizionarla nella giusta posizione



# Algoritmo

- Come si fa?
  - $\text{Moltiplicatore} = 1, \text{numero\_finale} = 0;$
  - CICLO
    - Trovo la cifra\_attuale;
    - $\text{Numero\_finale} = \text{numero\_finale} + \text{cifra\_attuale} * \text{moltiplicatore}$
    - $\text{Moltiplicatore} = \text{moltiplicatore} * 10;$
  - FINE CICLO

# Soluzione completa



```
#include <stdio.h>
```

```
int main(void)
```

```
{  
  int numero,resto, bit, risultato=0;  
  int moltiplicatore = 1;
```

```
  printf("Inserisci un numero decimale: ");  
  scanf("%d", &numero);
```

```
  while (numero>0)
```

```
  {  
    bit = numero % 2;  
    numero = numero / 2;  
  
    risultato= risultato + (moltiplicatore * bit);  
  
    moltiplicatore = moltiplicatore * 10;
```

```
  }
```

```
  printf("Il numero in binario e': %d\n", risultato);  
  system ("Pause");
```

```
  return 0;
```

```
}
```

```
int numero,resto, bit, risultato=0;  
int moltiplicatore = 1;
```

```
while (numero>0)
```

```
{
```

```
  bit = numero % 2;  
  numero = numero / 2;
```

```
  risultato= risultato +  
    (moltiplicatore * bit);
```

```
  moltiplicatore =  
    moltiplicatore * 10;
```

```
}
```